SILABUS

1. PENGANTAR LOGIKA DAN HIMPUNAN
2. RELASI DAN FUNGSI
3. INDUKSI MATEMATIKA
4. TEORI GRAF
5. POHON (TREE)
6. KOMPLEKSITAS ALGORITMA
7. ALJABAR BOOLEAN

APAKAH MATEMATIKA DISKRIT ITU?

MATEMATIKA DISKRIT (discreate mathematics atau finite mathematics) adalah cabang ilmu matematika yang mengkaji objek-objek diskrit.

DISKRIT (discreate) : terdiri dari sejumlah berhingga elemen yang berbeda atau elemen-elemen yang tidak bersambungan. Secara sederhana diskrit dapat diartikan sesuatu yang dapat dihitung.

HIMPUNAN BILANGAN BULAT (integer) dipandang sebagai objek diskrit.

POIN-POIN PENTING

MATEMATIKA DISKRIT

- **ILMU PALING DASAR** di dalam informatika atau ilmu komputer
- **LANDASAN MATEMATIS** untuk kuliah-kuliah lain di informatika
- **SEBAGAI DASAR DAN PENUNJANG** dari beberapa mata kuliah: algoritma, struktur data, basis data, otomata dan teori bahasa formal, jaringan computer, keamanan computer, system operasi, teknik kompilasi, dan sebagainya
- **INFORMATIKA** : kumpulan disiplin ilmu dan teknik yang mengolah dan memanipulasi objek diskrit

PENGANTAR LOGIKA

- **LOGIKA** merupakan studi penalaran (*reasoning*).
- Dalam kamus Besar Bahasa Indonesia disebutkan definisi **PENALARAN**, yaitu cara berfikir dengan mengembangkan sesuatu berdasarkan akal budi dan ***bukan*** dengan perasaan atau pengalaman. Pelajaran logika difokuskan pada hubungan antara pernyataan-pernyataan.

1.1 PROPOSISI

Di dalam matematika, tidak semua kalimat berhubungan dengan logika. Hanya kalimat yang bernilai benar dan salah saja yang digunakan dalam penalaran.

❖ **DEFINISI 1.1**

PROPOSISI adalah kalimat deklaratif yang bernilai benar (true) atau salah (false), tetapi tidak dapat sekaligus keduanya. Kebenaran atau kesalahan dari sebuah kalimat disebut nilai kebenarannya (truth value).

CONTOH 1

- 6 adalah bilangan genap
- Soekarno adalah Presiden pertama Indonesia
- 2+2=4
- Ibu kota Jawa Barat adalah Semarang
- $12 \geq 19$
- Kemarin hari hujan
- Suhu dipermukaan laut adalah 21 derajat Celsius
- Kehidupan hanya ada di planet bumi

CONTOH 2

- Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?
- Serahkan uangmu sekarang!
- $x + 3 = 8$
- $x > 3$

1.2 KOMBINASI PROPOSISI

- **KOMBINASI PROPOSISI**: mengkombinasi satu atau lebih dari proposisi-proposisi tunggal
- Operator yang digunakan untuk mengkombinasi proposisi disebut **OPERATOR LOGIKA**
- **Operator Logika Dasar** : **DAN (AND), ATAU (OR),** dan **TIDAK (NOT)**

  DAN (AND), ATAU (OR) : Operator **Biner** (mengoperasikan dua buah proposisi)

  TIDAK (NOT) : Operator **Uner** (satu buah proposisi)
- **PROPOSISI MAJEMUK** (Compound proposition) : proposisi baru yang diperoleh dari pengkombinasian proposisi tunggal
- **PROPOSISI ATOMIK**: Proposisi yang ***bukan*** merupakan kombinasi proposisi lain

DEFINISI 1.2

Misalkan *p* dan *q* adalah **PROPOSISI** .

KONJUNGSI (*conjunction*) *p* dan *q*, dinyatakan dengan notasi $p \wedge q$ adalah proposisi

p dan *q*

DISJUNGSI (*disjunction) p* dan *q*, dinyatakan dengan notasi $p \vee q$ adalah proposisi

p atau *q*

Ingkaran (*negasi)* dari *p*, dinyatakan dengan notasi $\sim p$ adalah proposisi

tidak *p*

1.3 OPERATOR LOGIKA

Adapun operasi-operasi yang dapat membentuk pernyataan majemuk adalah

Operasi Logika	Penghubung	Lambang
Negasi/ Ingkaran	Tidak, non	~ atau -
Konjungsi	Dan	$\wedge$
Disjungsi	Atau	$\vee$
Implikasi	Jika….maka….	$\Rightarrow$
Biimplikasi	Jika dan hanya jika	$\Leftrightarrow$

LATIHAN SOAL!

BUAT MASING –MASING CONTOH KOMBINASI PROPOSISI DARI 3 OPERATOR LOGIKA DASAR!

CONTOH

1. Rina sedang membaca **dan** Rani sedang menulis
2. Cuaca hari ini mendung **atau** akan hujan
3. Bunga melati **tidak** berwarna hitam

1.4 TABEL KEBENARAN

Nilai kebenaran dari proposisi majemuk ditentukan oleh nilai kebenaran dari proposisi atomiknya dan cara mereka dihubungkan oleh operator logika.

❖ **DEFINISI 1.3**

Misalkan p dan q adalah proposisi

a. Konjungsi $\boldsymbol{p \wedge q}$ bernilai benar jika p dan q keduanya benar, selain itu nilainya salah

b. Disjungsi $\boldsymbol{p \vee q}$ bernilai salah jika p dan q keduanya salah, selain itu benar

c. Negasi p, yaitu $\boldsymbol{\sim p}$, bernilai benar jika p salah, sebaliknya bernilai salah jika p benar

CONTOH

p: 17 adalah bilangan prima

q: bilangan prima selalu ganjil

Jelas bahwa p bernilai benar dan q bernilai salah sehingga konjungsi

$\boldsymbol{p \wedge q}$ **:** 17 adalah bilangan prima dan bilangan prima selalu ganjil

Adalah **salah**

TABEL KEBENARAN KONJUNGSI, DISJUNGSI, DAN NEGASI

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	$\sim q$
T	F
F	T

CONTOH

Jika p,q, dan r adalah **PROPOSISI**. Bentuklah tabel kebenaran dari ekspresi logika

$$(\boldsymbol{p} \wedge \boldsymbol{q}) \vee (\sim \boldsymbol{q} \wedge \boldsymbol{r})$$

Penyelesaian:

Ada **3 buah proposisi atomik** di dalam ekspresi logika dan setiap proposisi hanya mempunyai **2 kemungkinan nilai**. Sehingga jumlah kombinasi dari semua proposisi tersebut adalah **2x2x2=8** buah. Maka tabel kebenaran dari proposisi $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$ adalah sebagai berikut:

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

DEFINISI 1.4

Sebuah proposisi majemuk disebut **TAUTOLOGI** jika ia benar untuk semua kasus, sebaliknya disebut **KONTRADIKSI** jika ia salah dalam semua kasus.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

1.5 PROPOSISI BERSYARAT (IMPLIKASI)

Selain dalam bentuk konjungsi, disjungsi, dan negasi, propsosisi majemuk juga muncul berbentuk **“ jika p, maka q”**, seperti pada contoh berikut:

a. **Jika** adik lulus ujian, **maka** ia mendapat hadiah dari Ayah
b. **Jika** suhu mencapai 80 derajat Celsius, **maka** alarm akan berbunyi
c. **Jika** anda tidak mendaftar ulang, **maka** anda dianggap mengundurkan diri

Pernyataan berbentuk **“jika p, maka q”** disebut **PROPOSISI BERSYARAT** atau **IMPLIKASI**

DEFINISI 1.5

Misalkan p dan q adalah proposisi. Proposisi majemuk **“jika p, maka q”** disebut proposisi bersyarat (Implikasi) dan dilambangkan dengan

$$\boldsymbol{p \rightarrow q}$$

Proposisi p disebut hipotesis (kondisi) dan proposisi q disebut konklusi (konsekuen)

Berikut tabel kebenaran Implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

1.6 BIKONDISIONAL (BI-IMPLIKASI)

Proposisi bersyarat penting lainnya adalah berbentuk “ **p jika dan hanya jika q**” yang dinamakan bikondisional atau bi-implikasi.

❖ **DEFINISI 1.6**

Misalkan p dan q adalah proposisi. Proposisi majemuk “p jika dan hanya jika q disebut bikondisional (bi-implikasi) dan dilambangkan dengan $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$.

Pernyataan $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$ adalah benar bila p dan q mempunyai nilai kebenaran yang sama, yakni $\boldsymbol{p \leftrightarrow q}$

Benar jika p dan q keduanya benar atau p dan q keduanya salah.

Berikut tabel kebenaran Bi-Implikasi

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Perhatikan bahwa bikondisional $p \leftrightarrow q$ equivalen secara logika dengan $(p \to q) \wedge (q \to p)$. keekuivalenan tersebut bisa dinyatakan dengan “p jika dan hanya jika q” dapat dibaca juga “jika p maka d dan jika q maka p”. Dapat dinyatakan pada table berikut:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \wedge (q \to p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

TABEL KEBENARAN

P	q	p∧q	p∨q	p→q	p↔q	¬p
B	B	B	B	B	B	S
B	S	S	B	S	S	S
S	B	S	B	B	S	B
S	S	S	S	B	B	B

1.7 INFERENSI

Inferensi : proses penarikan kesimpulan dari beberapa proposisi

1. Modu Ponen Atau Law Of Detachment
2. Modus Tollen
3. Silogisme Hipotetis
4. Silogisme Disjungtif
5. Simplifikasi
6. Penjumlahan

1.8 ISTILAH-ISTILAH

- **Aksioma**: proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi
- **Teorema**: proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan corollary
- **Lemma:** teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain.
- **Corollary:** teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan atau dapat dikatakan sebagai teorema yang mengikuti dari teorema lain.

CONTOH AKSIOMA

a. Untuk semua bilangan real x dan y, berlaku x+y=y+x (hokum komutatif penjumlahan)
b. Jika diberikan dua buah titik yang berbeda, maka hanya ada satu garis lurus yang melalui dua buah titik tersebut.

CONTOH TEOREMA

a. Jika dua sisi dari sebuah segitiga sama Panjang, maka sudut yang berlawanan dengan sisi tersebut sama besar
b. Untuk semua bilangan real x, y, z, jika $x \leq y \; dan \; y \leq z, maka \; x \leq z$ 9Hukum transit

CONTOH COROLLARY

Jika segitiga adalah sama sisi, maka segitiga tersebut sama sudut. Corollary ini mengikuti teorema (a) diatas.

CONTOH LEMMA

jika n adalah bilangan bulat positif, maka n-1 bilangan positif atau n-1=0 setiap orang punya hak dan kesempatan yang sama untuk belajar lebih baik, untuk belajar lebih banyak, dan menjadi pribadi lebih baik dari sebelumnya

Tapi

Jika kau putus asa, menyerah dengan keadaan

Selesailah sudah ceritamu